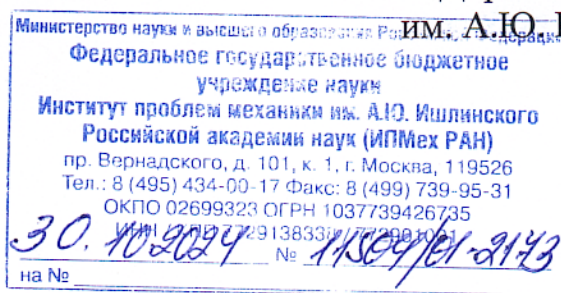


УТВЕРЖДАЮ

Директор ФГБУН «Институт проблем механики  
им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук»



чл.-корр.  
С. Е. Якуш

2024 г.

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук» на диссертацию Ханазаряна Артура Дерениковича «Моделирование и исследование волновых процессов в упругих метаматериалах и слоистых волноводах с присоединенными элементами», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – механика деформируемого твердого тела.

Вопросы распространения волн в неоднородных, в том числе слоистых, упругих материалах представляют значительный интерес при разработке методов виброизоляции, неразрушающего ультразвукового контроля, преобразования различных типов волн и т.д. В связи с этим, диссертация А.Д. Ханазаряна, посвященная разработке эффективных методов решения динамических антиплоских и плоских задач теории упругости для составных тел, включающих как элементы с сопоставимыми размерами в различных направлениях, так и удлиненные слоистые элементы, является весьма актуальной.

Диссертация изложена на 125 страницах и состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 123 наименования.

Во введении дается краткий обзор литературы по задачам распространения упругих волн в неоднородных телах, методам их решения и прикладным проблемам, опирающимся на решения указанных задач. Формулируется цель диссертационной работы и обосновывается ее актуальность. Сформулированы результаты, которые выносятся на защиту.

Отмечается научная новизна полученных результатов, их теоретическая и практическая значимость. Приведены сведения об апробации полученных результатов. Представлена структура работы и ее краткое содержание.

В первой главе приводятся динамические уравнения теории упругости. Формулируются начально-краевые задачи. Рассматриваются слабые постановки плоской и антиплоской задач. Для слоистой среды в условиях полного сцепления слоев и периодического изменения структуры записаны граничные условия.

Вторая глава посвящена изложению подходов к численному решению задач о гармонических колебаниях составных слоистых упругих тел. Для решения задач в слоистой периодической среде рассмотрены метод матрицы переноса и метод спектральных конечных элементов. Более подробно обсуждаются антиплоская и плоская задачи для тела, состоящего из двух прямоугольных элементов. У одного прямоугольного элемента длины сторон имеют одинаковый порядок (присоединенный элемент). Другой прямоугольник (волновод) вытянут вдоль одного направления. Решение задачи теории упругости в присоединенном элементе предлагается осуществлять с помощью метода спектральных конечных элементов, а решение в волноводе – с помощью полуаналитического метода, опирающегося на преобразование Фурье вдоль вытянутой стороны и последующей дискретизации в поперечном сечении с помощью метода спектральных конечных элементов. Решения задач в указанных областях сшиваются вдоль общей границы согласно условиям полного сцепления. Во второй главе также кратко представлены основные идеи интегрального подхода и проведено сравнение всех рассматриваемых методов между собой.

Третья глава посвящена изложению вычислительной схемы для решения рассматриваемого класса задач с использованием подходов, представленных во второй главе. Приводятся системы линейных, алгебраических уравнений, к которым сводятся решения задач при

применении метода Галеркина и метода коллокаций. Рассмотрен случай колебаний периодической структуры.

В четвертой главе приводятся результаты численной реализации представленных в предыдущих главах алгоритмов, сравнение результатов, полученных различными методами, а также получение и обработка экспериментальных данных. В начале главы представлены дисперсионные кривые для плоских волн сдвига, падающих наклонно на фононный кристалл со слоями из эластомеров. Результаты получены как методом матриц переноса, так и с помощью метода спектральных конечных элементов. Сравнение результатов друг с другом, а также с результатами, представленными в литературе, показало хорошее совпадение.

Далее рассмотрены динамические антиплоская и плоская задачи теории упругости для волновода с присоединенным элементом при различных краевых условиях. Приведены сравнения результатов в случаях применения метода Галеркина и методов коллокаций с различным распределением узлов.

Заключительная часть главы посвящена описанию процесса изготовления экспериментальных образцов метаматериала с использованием 3D – принтера и возбуждению механических колебаний в образцах. Исследуются как образцы с полностью сцепленными слоями, так и образцы с интерфейсными полостями. Представленные экспериментальные данные по выявлению запрещенных зон хорошо соответствуют результатам, полученным в результате численной реализации предложенных в диссертации алгоритмов.

В заключении перечислены основные результаты, полученные в диссертации.

Диссертация А.Д. Ханазаряна представляет собой цельное научное исследование, включающее разработку и реализацию эффективных численных алгоритмов для решения задач распространения волн в протяженных слоистых волноводах с присоединенными элементами, а также

проведение и анализ экспериментов, позволяющих подтвердить корректность получаемых численных результатов.

Полученные в диссертации результаты и сделанные на их основе выводы обоснованы, так как проведенные исследования опираются на строгий математический аппарат и апробированные механические модели теории упругости.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью используемого математического аппарата, сравнением результатов, полученных различными методами, а также сравнением результатов с экспериментальными данными и результатами, известными из научной литературы в тех случаях, когда такие имеются.

Научная новизна полученных в диссертации результатов состоит в разработке автором полуаналитической гибридной вычислительной схемы, позволяющей обнаруживать и анализировать запрещенные зоны и собственные колебания упругих метаматериалов. Ханазарьяном А.Д. впервые проведен теоретико-экспериментальный анализ влияния конфигурации ячеек упругих метаматериалов с полостями на распространение волн и формирование запрещенных и разрешенных зон.

Научную значимость диссертации определяет разработанная новая, полуаналитическая, вычислительная схема и экспериментальная верификация некоторых, теоретически предсказанных с ее помощью волновых явлений.

Практическая значимость полученных в диссертации результатов определяется широким кругом прикладных задач, опирающихся на теоретические и расчетные результаты по распространению упругих волн в слоистых средах. Среди указанных прикладных задач можно отметить задачи неразрушающего контроля, виброизоляции, акустической маскировки и многие другие.

По диссертации имеются некоторые замечания.

1. На странице 17 диссертации, видимо для большей общности, приводятся уравнения движения для электроупругих тел, хотя в дальнейшем рассматриваются только упругие тела. Вместе с тем, на странице 18 (формулы (1.7) и (1.8)) записывается частный вид краевых условий, в которых разделяются переменные.

2. На странице 21 в верхней формуле оператор теории упругости приведен с ошибкой (вместо  $(\lambda + 2\mu)$  должно быть  $(\lambda + \mu)$ ).

3. На странице 21 написано, что рассматривается случай, когда «... вектор перемещения  $\mathbf{u}(x)$  не зависит от одной пространственной координаты. Для определенности пусть это будет координата  $x_2$ ». И тут же на следующей строке написано  $\mathbf{u}(x) = \{u_1(x), 0, u_3(x)\}$  и  $x = \{x_1, x_2\}$ .

4. На странице 22 в верхней строке вводится пространство тестовых функций  $Y = \{v \mid v \in L_2(V), v(x) = 0, x \in \partial V\}$ . Однако, для функций из  $L_2$  граничные значения не определяются.

5. На странице 24 написано, что рассматривается плоская волна, распространяющаяся под углом  $\theta$  к оси  $x_1$ , а на Рис. 1.1 углом  $\theta$  обозначается угол между направлением распространения волны и осью  $x_2$ .

6. На наш взгляд следовало более аккуратно описать полуаналитический метод. Например, рассмотрим формулу (2.24) на странице 37. Здесь написано, что эта формула следует из формулы (1.16). Строго говоря, это не совсем так. В (1.16) рассматривается пространство пробных функций, зависящих от двух переменных, а в (2.24) – от одной. Кроме того, на странице 38 определяется преобразование Фурье

$$U(\alpha, x_2) = F_{x_1} [u_2(x_1, x_2)] = \int_{-\infty}^{+\infty} u_2(x_1, x_2) e^{i\alpha x_1} dx_1$$

Отметим, что функция  $u_2(x_1, x_2)$  определена на протяженном, но конечном интервале. Поэтому следовало уточнить, какое продолжение функции  $u_2(x_1, x_2)$  используется для определения  $U(\alpha, x_2)$ .

7. При задании краевых условий не вполне понятно, почему берутся краевые условия частного вида:  $u_1(x) = u_2(x) = u_0$  (2.32) для задачи первого типа и условие  $\sigma_{11}(x) = \sigma_{21}(x) = \tau_0$  (2.36) для задачи второго типа.

#### Заключение

Сделанные замечания не снижают общей ценности диссертации, в которой разработаны и реализованы новые алгоритмы решения задач распространения волн в слоистых волноводах с присоединенными элементами. Эффективность разработанных численных методов подтверждена экспериментальными исследованиями. Таким образом, диссертация А.Д. Ханазаряна является самостоятельным, законченным научным исследованием, посвященным актуальной теме и имеющим важное фундаментальное и прикладное значение. Диссертация выполнена на высоком научном уровне. Полученные в работе результаты полностью соответствуют заявленным целям исследования. Тема и содержание диссертации соответствуют паспорту специальности 1.1.8 – механика деформируемого твердого тела (пп. 2,3 целей, пп. 4,8 перечня областей исследования, указанных в паспорте специальности). Решенные в диссертации задачи имеют существенное значение для развития механики деформируемого тела и продолжения исследований в области упругих и акустических метаматериалов.

Работа прошла достаточную апробацию на всероссийских и международных конференциях. По теме диссертации опубликовано 12 работ, в том числе 3 статьи в рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК РФ и включенных в базы данных Scopus и Web of Science, и 3 статьи в рецензируемых трудах международных конференций, проиндексированных в базах данных Scopus и Web of Science.

Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Институте проблем механики РАН,

Сколковском институте науки и технологий, Южном федеральном университете, Кубанском государственном университете, Санкт-Петербургском государственном университете, МГТУ им. Баумана и других организациях, исследующих проблемы распространения упругих волн в твердых телах, а также проблемы создания новых композитных и функциональных материалов.

Диссертация «Моделирование и исследование волновых процессов в упругих метаматериалах и слоистых волноводах с присоединенными элементами» представляет собой научно-квалификационную работу, удовлетворяющую пп. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013 г. (в актуальной редакции), а её автор – Ханазарян Артур Дереникович – заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – механика деформируемого твердого тела.

Отзыв обсуждён и одобрен на заседании семинара лаборатории механики прочности и разрушения материалов и конструкций ФГБУН «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук», протокол заседания № 9 от 30 октября 2024 года.

Заведующий лабораторией механики прочности и разрушения материалов и конструкций

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук

д.ф.-м.н.



Шифрин Ефим Ильич

30 октября 2024 года

ФГБУН «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук»  
Адрес: 119526 г. Москва, проспект Вернадского, 101 корп. 1  
Тел.: +7(495) 434-00-17  
[ipm@ipmnet.ru](mailto:ipm@ipmnet.ru)



Подпись Шифрин Е. И. заверяю  
Ученый секретарь  
М.А. Котов  
30.10.2024