

Условие

Задание. Подвесьте шарик на нити. Исследуйте зависимость силы натяжения нити от глубины погружения шарика в жидкость, налитую в стакан. Подвешенный на нити шарик нужно опускать в сосуд с жидкостью так, чтобы он не касался стенок и нить оставалась вертикальной.

1. Постройте график этой зависимости.
2. Определите плотность жидкости в сосуде.
3. Оцените погрешность полученных результатов.

Указание. Разбирать шарик и погружать деревянную линейку в жидкость нельзя!

Оборудование. Шарик на нитке, штатив с лапкой, деревянная линейка известной массы, металлическая линейка (30 см), стакан с жидкостью, лист миллиметровой бумаги для построения графика, лист белой бумаги А5, пустой пластиковый стакан, салфетки для поддержания чистоты.

Рекомендации организаторам

1. Пластмассовый ёлочный шарик диаметром около 60 мм, заполненный водой или соленым раствором (так, чтобы он не тонул в стакане целиком). Отверстие заклеить, привязать ниточку.
2. Стандартный школьный штатив с муфтой и стержнем.
3. Деревянная линейка длиной 50 см. На линейке указана её масса в граммах с точностью до десятых.
4. Металлическая линейка длиной 20–30 см
5. Пластиковый стакан 0,5 литра примерно наполовину заполненный соленым раствором. Во всех стаканах плотность соленого раствора должна быть одинакова.
6. Лист миллиметровой бумаги формата А5.
7. Вёдра (8 шт.) или 5-литровые бутылки 10 шт.
8. Термопистолет.

Возможное решение

Первым делом определим положение центра масс линейки.

Для измерения силы натяжения будем использовать линейку в качестве рычага, осью которого служит стержень, закреплённый в штативе.

Подвесим шарик так, чтобы он касался поверхности воды, и определим значения величин h_0 и H_0 (рис. 1).

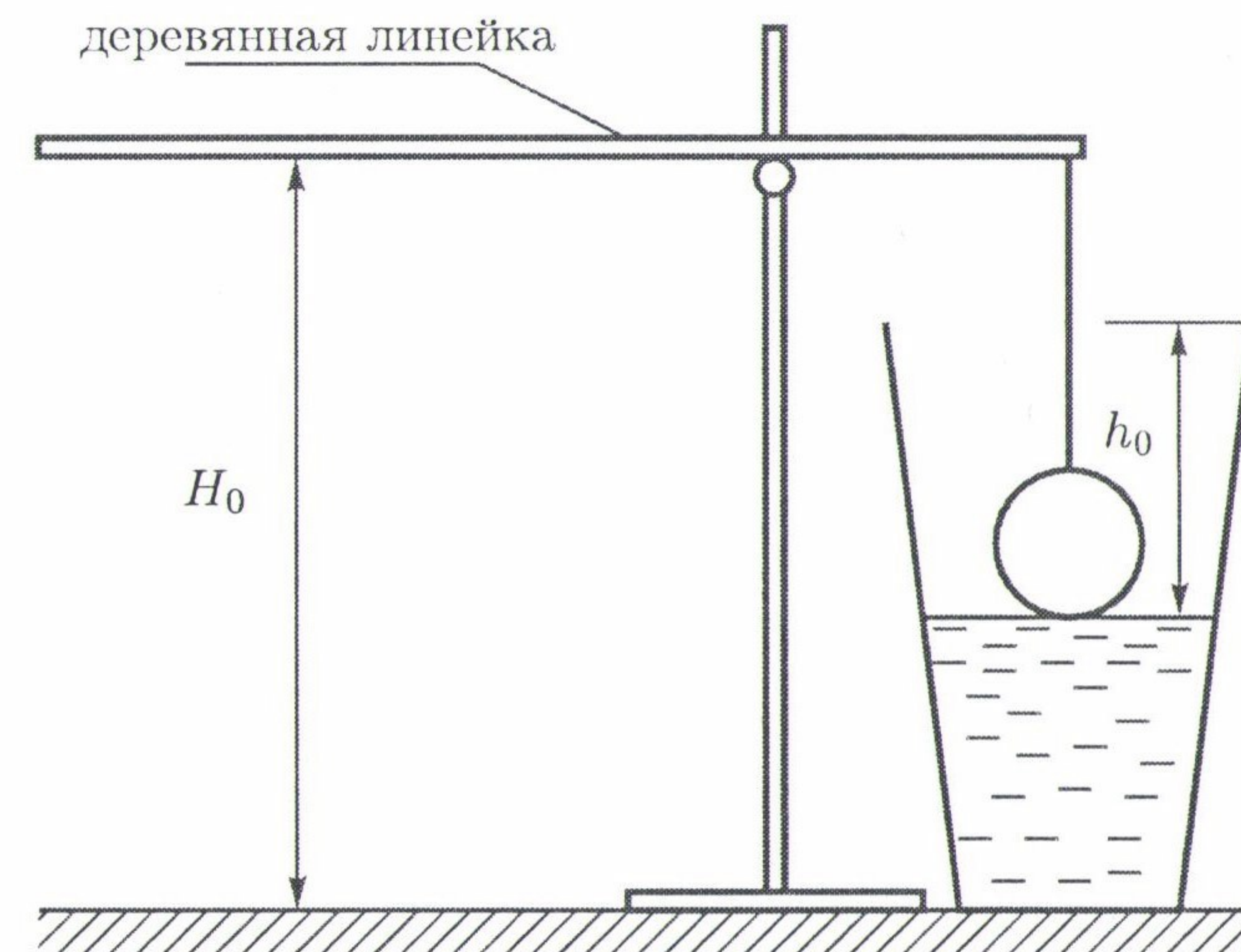


Рис. 1

Уравновесим на рычаге частично погружённый в жидкость шарик. С помощью металлической линейки будем измерять расстояние от уровня жидкости в стакане до его верха h и расстояние от поверхности стола до деревянной линейки H в точке опоры (рис. 2). При этом следим за горизонтальностью линейки, проверяя равенство расстояний от линейки до стола у точки опоры и у свободного конца линейки. Сумма $H + h$ отличается от искомой глубины погружения шарика на постоянную величину $H_0 + h_0$.

Глубина погружения шарика $l = H_0 + h_0 - h - H$. Сила натяжения нити рассчитывается по правилу моментов сил, записанного относительно точки опоры линейки: $T_x = mg(x_0 - x)$, где x — расстояние от точки опоры до точки подвеса шарика, x_0 — расстояние от точки подвеса шарика до центра масс линейки.

Запишем условия равновесия для шарика: $T + F_{\text{арх}} = m_{\text{ш}}g$.

В нашем эксперименте $H_0 = 260$ мм, $h_0 = 70$ мм, $L = 247$ мм, масса линейки $m = 22,62$ г. Результаты измерений приведены в таблице.

Построим график зависимости силы натяжения нити от глубины погружения шарика $T(l)$ (рис. 3).

Из графика видно, что при погружении шарика примерно наполовину, зависимость становится линейной. Это объясняется тем, что форму централь-

Возможное решение

Сопротивление мультиметра в режиме вольтметра на разных диапазонах измеряем непосредственно омметром. Оно составляет $R_V = 1 \text{ МОм}$. В дальнейшем, при измерениях напряжений на сопротивлениях, превышающих 20 кОм (в этом случае влияние вольтметра может вносить систематическую погрешность, превышающую 2%), необходимо вносить поправку на конечность сопротивления вольтметра.

Для исследования зависимости напряжения на выходе омметра от величины измеряемого сопротивления R_x будем использовать переменный резистор и мультиметр в режиме вольтметра, подключённые параллельно (рис. 3). Омметр переведем в режим с пределом измерения 20 кОм .

Результаты измерений приведены в таблице 1 и на графике 1.

$R_x, \text{кОм}$	$U, \text{мВ}$	$R_x, \text{кОм}$	$U, \text{мВ}$
0,0	0,0	4,0	693,0
1,0	214,0	5,0	812,0
1,5	309,0	6,0	919,0
1,8	362,0	7,0	1015,0
2,0	398,0	8,0	1105,0
2,4	462,0	9,0	1178,0
3,0	556,0		

Таблица 1: зависимость $U_2(R_x)$.

Теоретическая зависимость $U(R_x)$ для первой модели имеет вид:

$$U = IR_x = \frac{U_0 R_x}{R_x + r}.$$

Для второй модели, с учётом идеальности внутреннего и внешнего вольтметров: $U = I_0 R_x$.

Так как характер зависимости не линейный (график 1), вторая модель далее может не рассматриваться.

Для проверки состоятельности первой модели целесообразно линеаризировать полученные результаты, построив график, например, в осях $\frac{1}{U} \left(\frac{1}{R_x} \right)$.

Теоретическая зависимость в этом случае имеет вид: $\frac{1}{U} = \left(\frac{1}{U_0} + \frac{r}{U_0 R_x} \right)$.

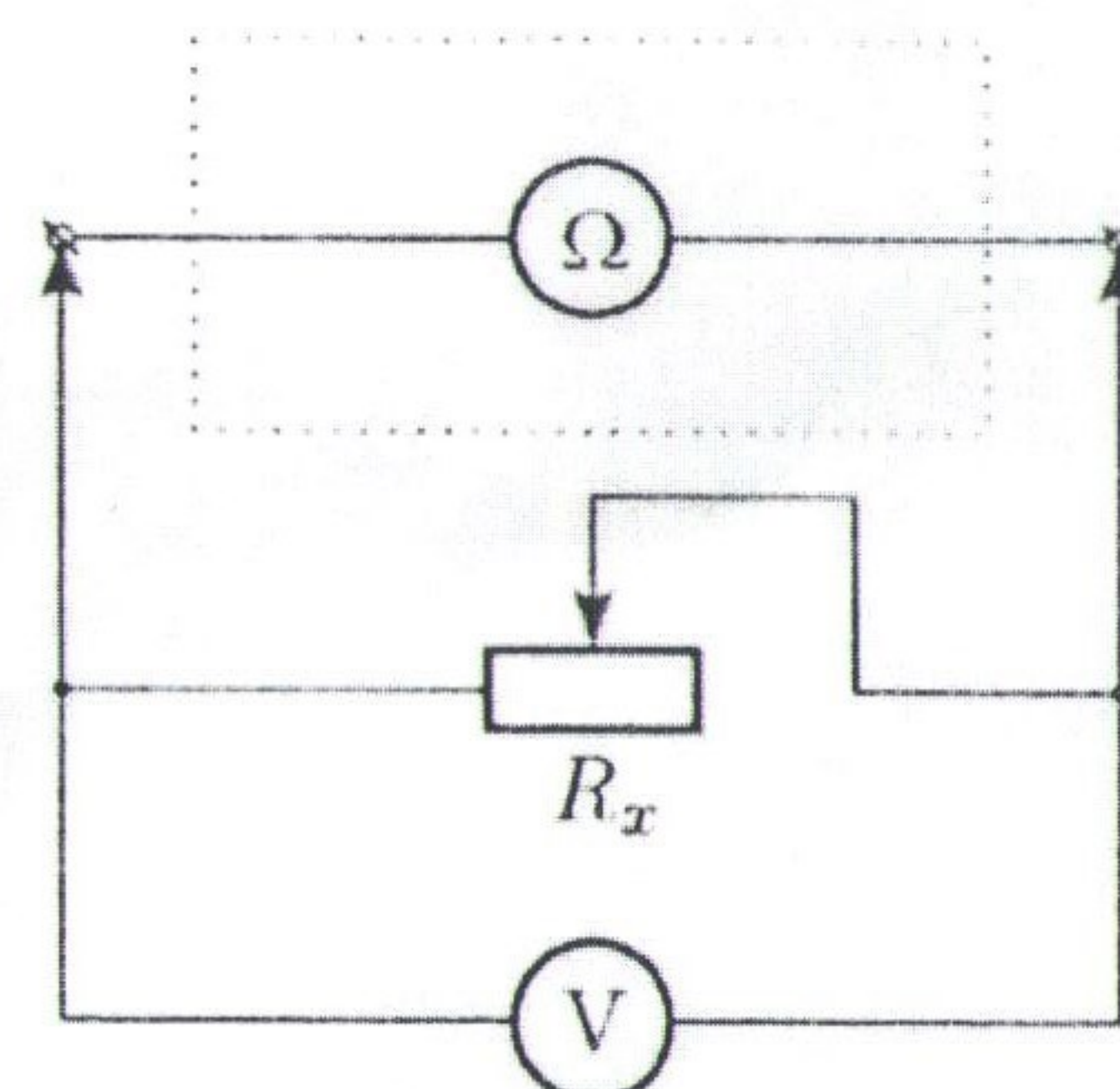


Рис. 3

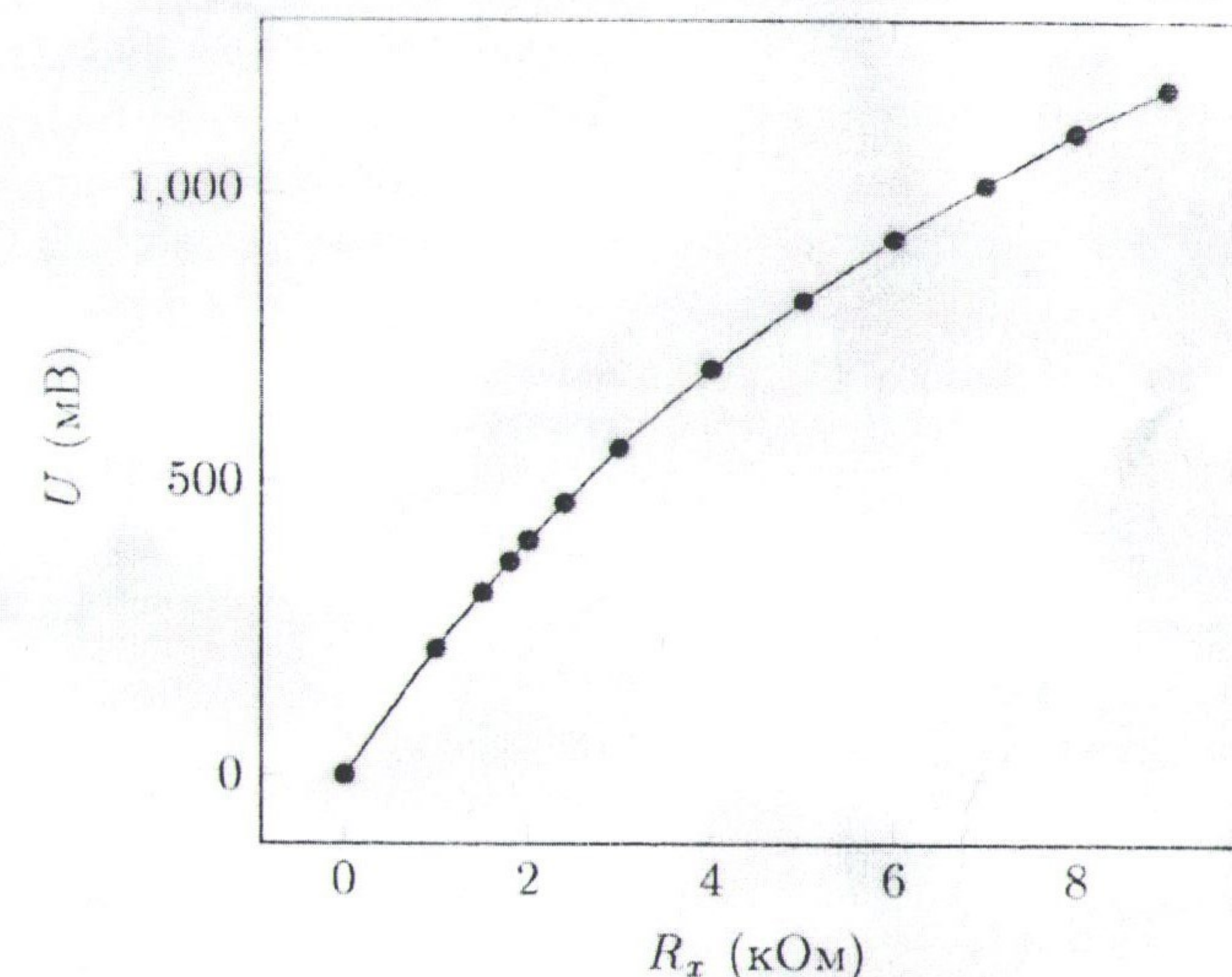


График 1

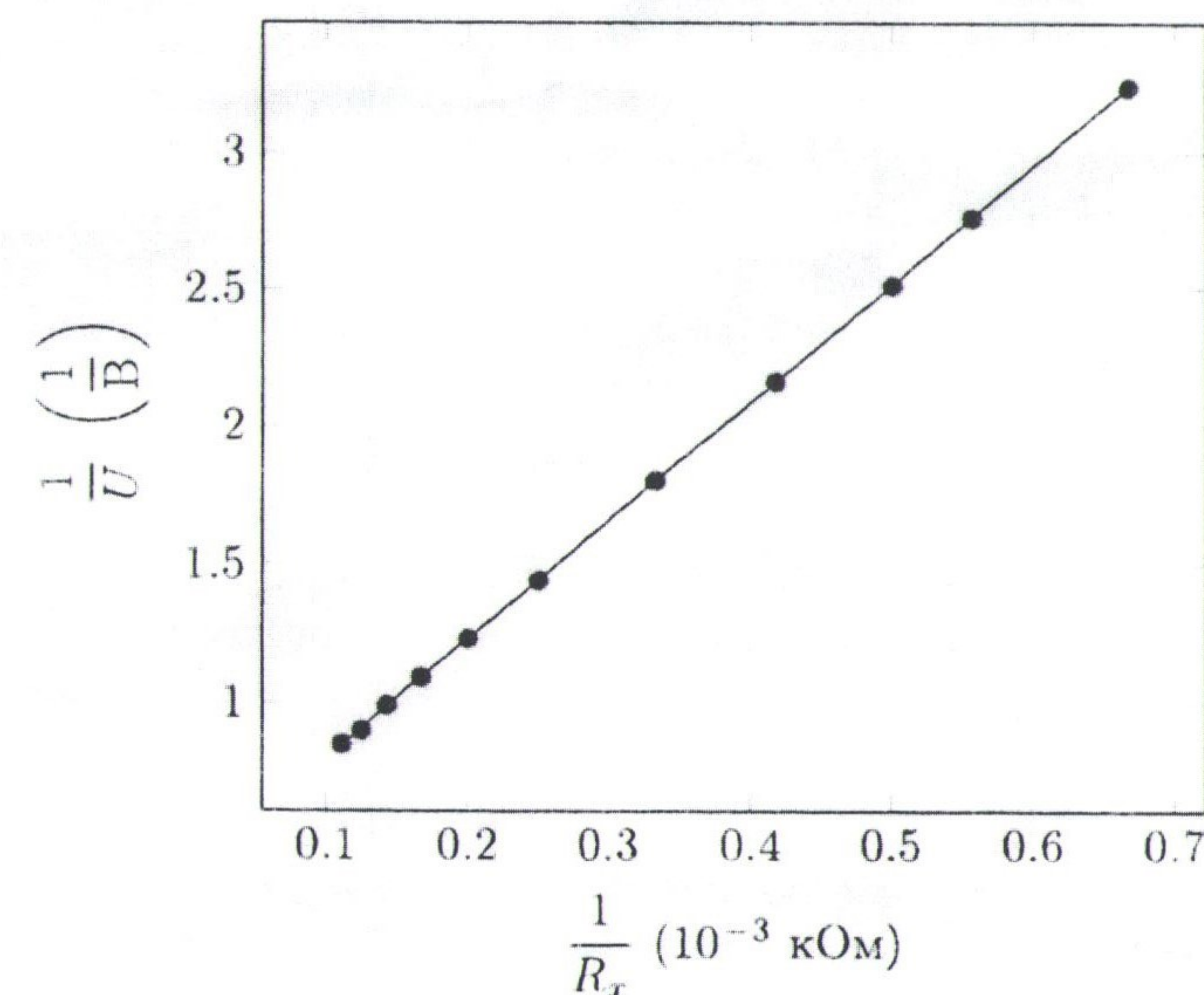


График 2

и график должен соответствовать линейной функции вида $y = a + bx$, что блестяще подтверждается (график 2).

Далее, следует искать параметры элементов первой модели (U_0 и r) для различных диапазонов измерений омметра.

Соберём цепь 1 (рис. 4) и снимем показания вольтметра U_1 для всех диапазонов (200; 2000; 20k; 200k; 2000k). Измерения можно проводить на диапазоне 10 В вольтметра.

Затем, соберем цепь 2 (рис. 5) и снимем показания вольтметра U_2 для всех диапазонов при фиксированном значении сопротивления внешнего резистора $R_x = R$ (например, 1 кОм). Измерения проводятся на диапазонах 2000 мВ и 200 мВ вольтметра. Получившиеся значения занесём в таблицу 2.

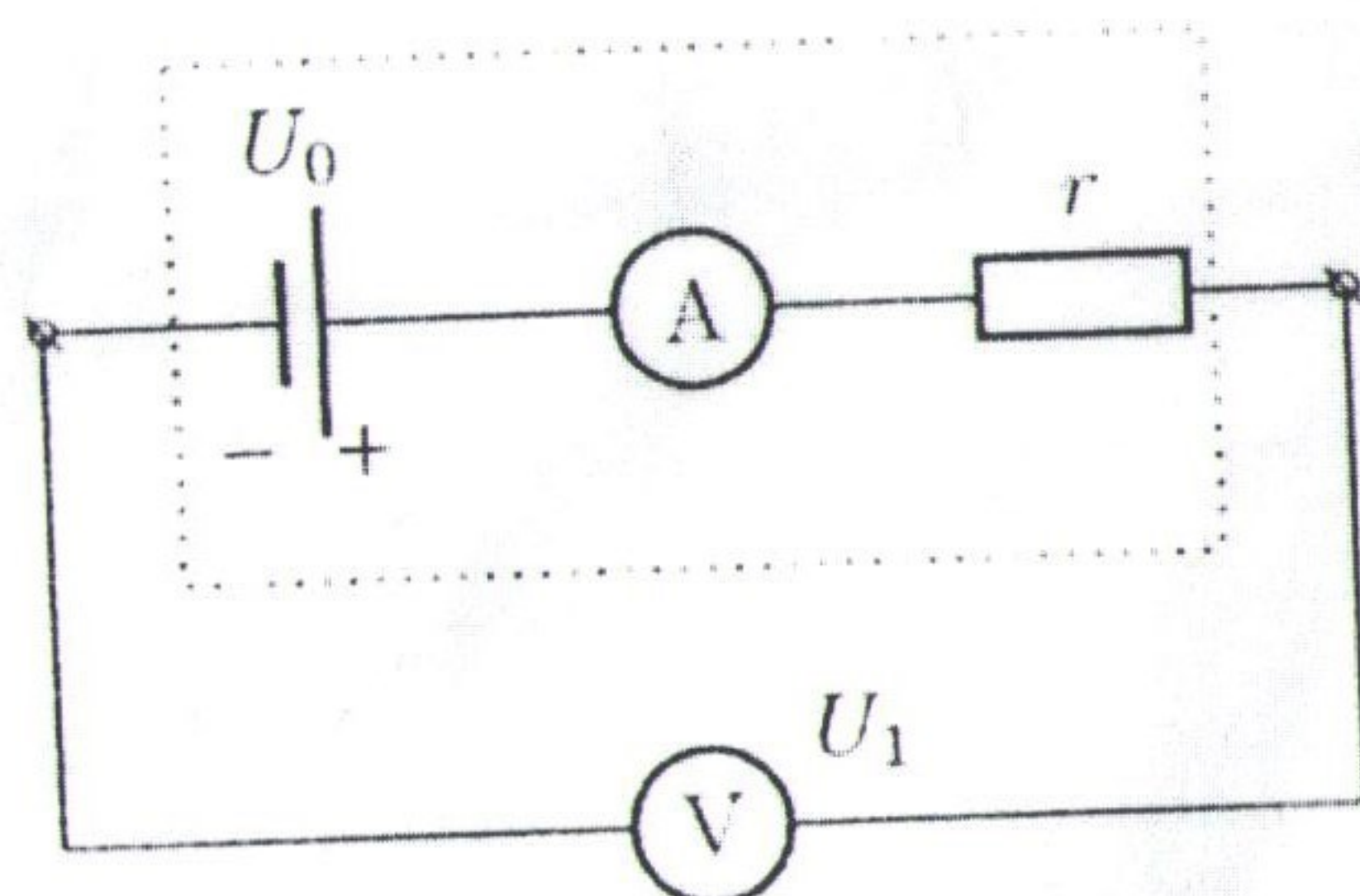


Рис. 4

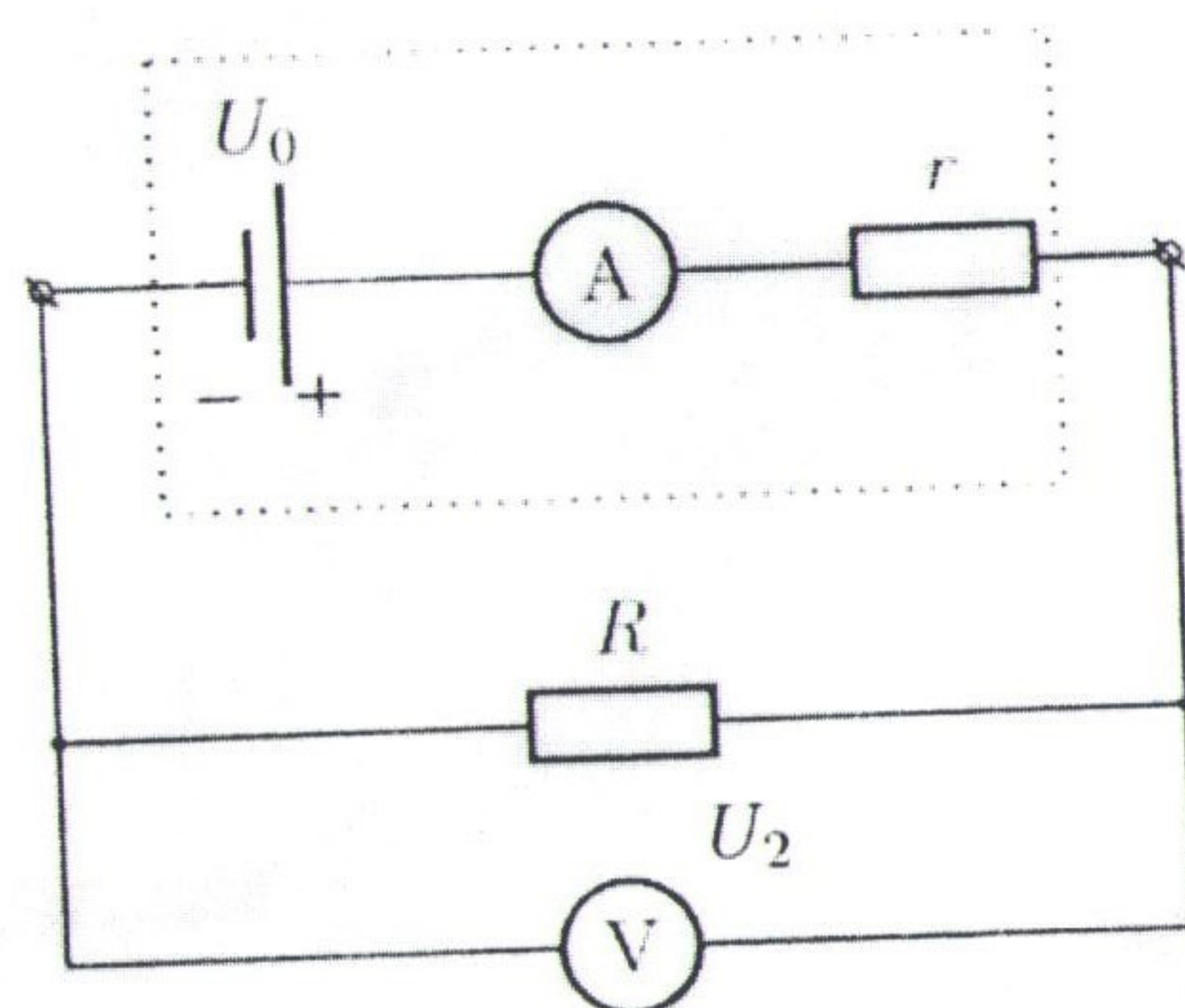


Рис. 5

Диапазон омметра	U_1 , В, $\varepsilon < 1\%$	U_2 , мВ, $\varepsilon < 1\%$
200 Ом	1,47	510
2000 Ом	2,66	787
20 кОм	2,63	211
200 кОм	2,42	25,3
2000 кОм	1,33	2,6

Таблица 2: значение U_1 и U_2 на разных диапазонах омметра.

В первой цепи сила тока, текущего через источник, равна $I_1 = \frac{U_1}{R_V}$, и $U_1 = U_0 - \frac{U_1}{R_V}r$. Во второй цепи сила тока, текущего через источник, равна $I_2 = U_2 \left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right)$, откуда $U_2 = U_0 - U_2 \left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right)r$. Решая систему уравнений, получим точные формулы для

$$r = \frac{U_1 - U_2}{U_2 \left(\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R} \right) - \frac{U_1}{R_V}} \quad \text{и} \quad U_0 = \frac{U_1 U_2 R_V}{U_2 (R_V + R) - U_1 R}$$

или приближенные с учётом $R_V \gg R$:

$$r^* = \frac{U_1 - U_2}{\frac{U_2}{R} - \frac{U_1}{R_V}} \quad \text{и} \quad U_0^* = \frac{U_1 U_2 R_V}{U_2 R_V - U_1 R}$$

Если считать сопротивление вольтметра бесконечно большим (модель идеального вольтметра), получается грубое приближение: $r^{**} = \frac{U_1 - U_2}{U_2} R$ и $U_0^{**} = U_1$.

Результаты расчетов представлены в таблице 3.

диапазон	U_1 , В	U_2 , В	r , Ом	r^* , Ом	r^{**} , Ом
			точная формула	приближение 1	грубое приближение
200 Ом	1,47	0,51	1885	1887	1882
2000 Ом	2,66	0,787	2385	2388	2379
20 кОм	2,63	0,211	11597	11609	11464
200 кОм	2,42	0,0255	103633	103747	93902
2000 кОм	1,33	0,0026	1043061	1045196	510538

диапазон	U_1 , В	U_2 , В	U_0 , В	U_0^* , В	U_0^{**} , В
			точная формула	приближение 1	грубое приближение
200 Ом	1,47	0,51	1,47	1,47	1,47
2000 Ом	2,66	0,787	2,67	2,67	2,66
20 кОм	2,63	0,211	2,66	2,66	2,63
200 кОм	2,42	0,0255	2,67	2,67	2,42
2000 кОм	1,33	0,0026	2,72	2,72	1,33

Таблица 3: контрольные данные.

Погрешность результатов ввиду сложных аналитических зависимостей можно оценить с помощью формул грубого приближения: $\varepsilon_{U_0} \approx \varepsilon_{U_1} = 1\%$, $\varepsilon_r \approx \varepsilon_{U_1} + \varepsilon_{U_2} + \varepsilon_R = 3\%$.

Условие

Вашему вниманию предлагаются две упрощённые модели внутреннего устройства омметра. Согласно первой, он состоит из соединённых последовательно идеального источника с напряжением U_0 , резистора с сопротивлением r и идеального амперметра (рис. 1). Показания амперметра автоматически пересчитываются в сопротивление подключённого резистора R_x , которое отображается на цифровом табло прибора. В различных диапазонах измерения сопротивлений (200; 2000; 20k; 200k; 2000k) напряжение U_0 источника и сопротивление r резистора могут отличаться.

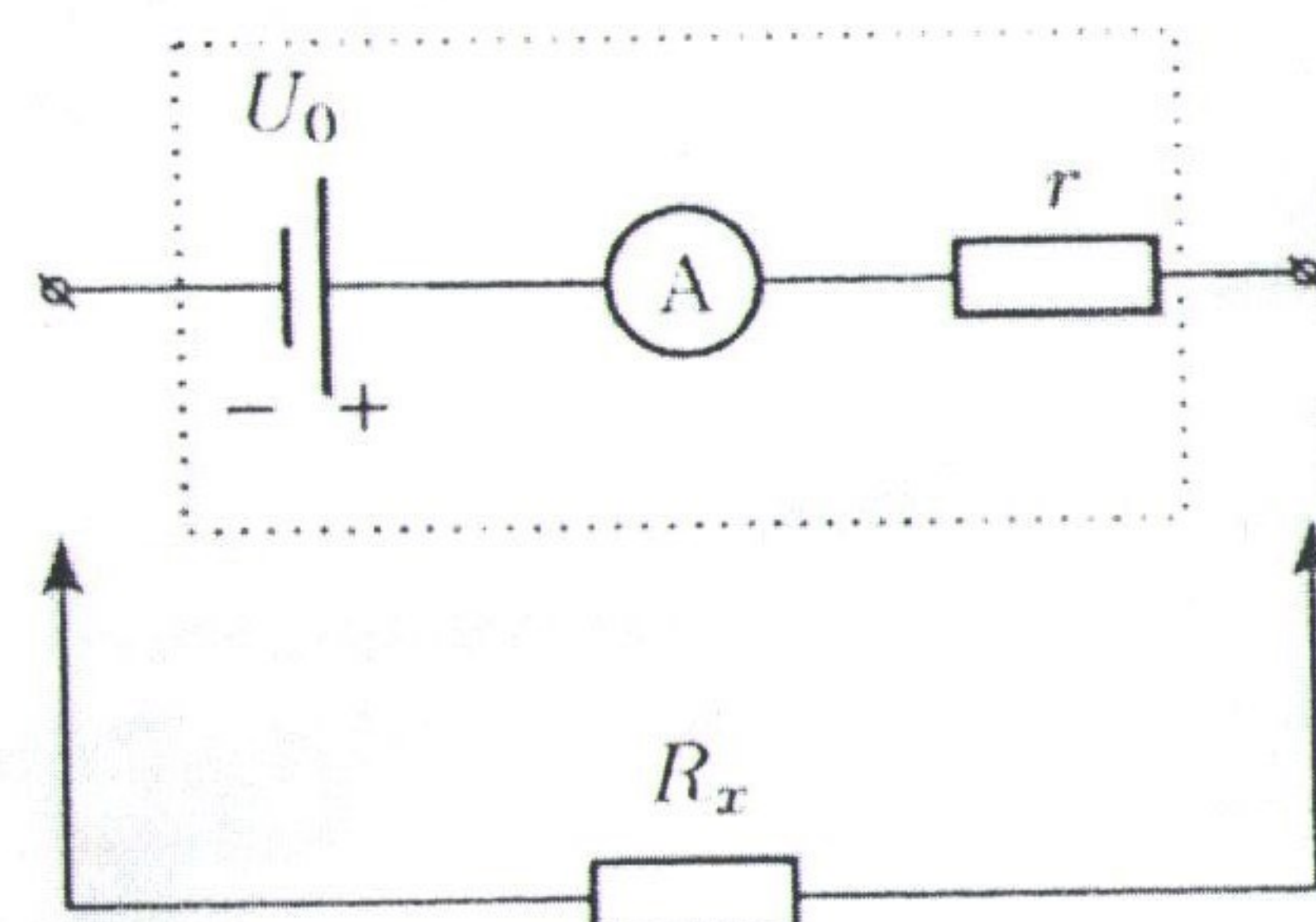


Рис. 1

Во второй модели (рис. 2) омметр представляет собой источник тока (устройство, обеспечивающее протекание через себя постоянного тока, равного I_0), соединённый параллельно с идеальным вольтметром. Измеряемое напряжение пересчитывается в сопротивление подключённого резистора R_x и отображается на цифровом табло прибора. При этом, в различных диапазонах измерения сопротивлений (200; 2000; 20k; 200k; 2000k) сила тока I_0 может отличаться.

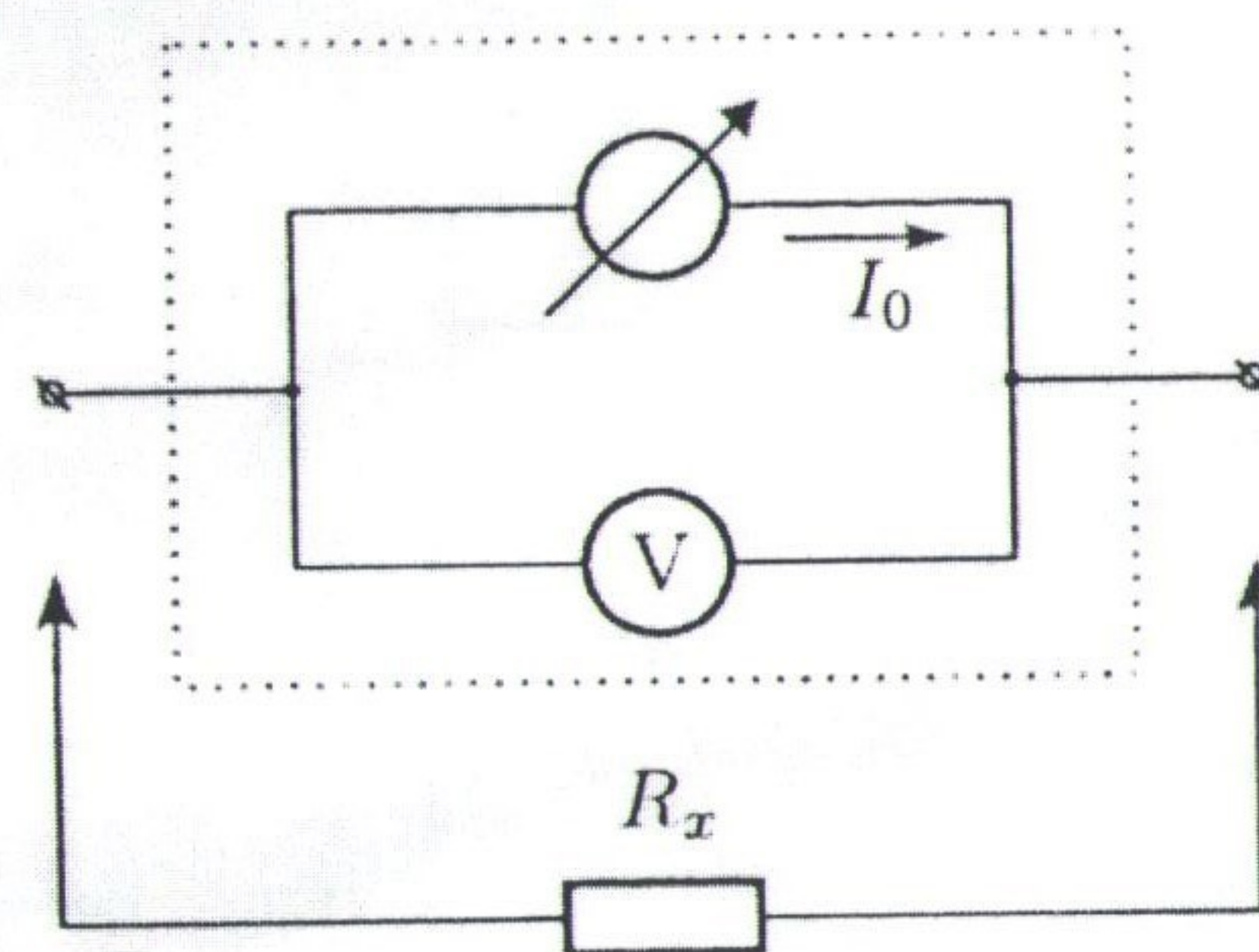


Рис. 2

Задание

1. Определите внутреннее сопротивление вольтметра для диапазонов измерений 20 В, 2000 мВ и 200 мВ.
2. Снимите зависимость напряжения U на омметре, работающем в режиме измерения 20 кОм, от величины сопротивления R_x подключённого к нему резистора.
3. Постройте график полученной экспериментальной зависимости $U(R_x)$.
4. В качестве доказательства справедливости одной из моделей, с учётом выведенных теоретических зависимостей, постройте график функции, связывающей измеренные величины U и R_x в таких осях, в которых она должна быть линейной.
5. Выберите лучшую модель устройства омметра, обосновав свой выбор.
6. В предположении, что выбранная модель работает для всех диапазонов, определите параметры элементов схемы омметра для каждого из диапазонов (200; 2000; 20k; 200k; 2000k). Составьте таблицу полученных результатов и оцените их погрешность.

Указания

1. Чёрный мультиметр можно использовать только в режиме омметра!
2. Серый мультиметр можно использовать только в режиме вольтметра!
3. Выключайте приборы, если не проводите на них измерения.
4. Считать, что погрешность показаний приборов 1% или 2 единицы последнего разряда.

Оборудование. Исследуемый омметр (чёрный мультиметр, модель 830B) с проводами «крокодил», вольтметр (серый мультиметр) с проводами, переменный резистор (0–10 кОм) с проводами «крокодил», 2 листа миллиметровой бумаги для построения графиков.

ной части шарика можно приближенно считать цилиндрической. Для определения площади поперечного сечения измерим длину окружности шарика L , прокатив его по линейке: $S = \frac{L^2}{4\pi}$.

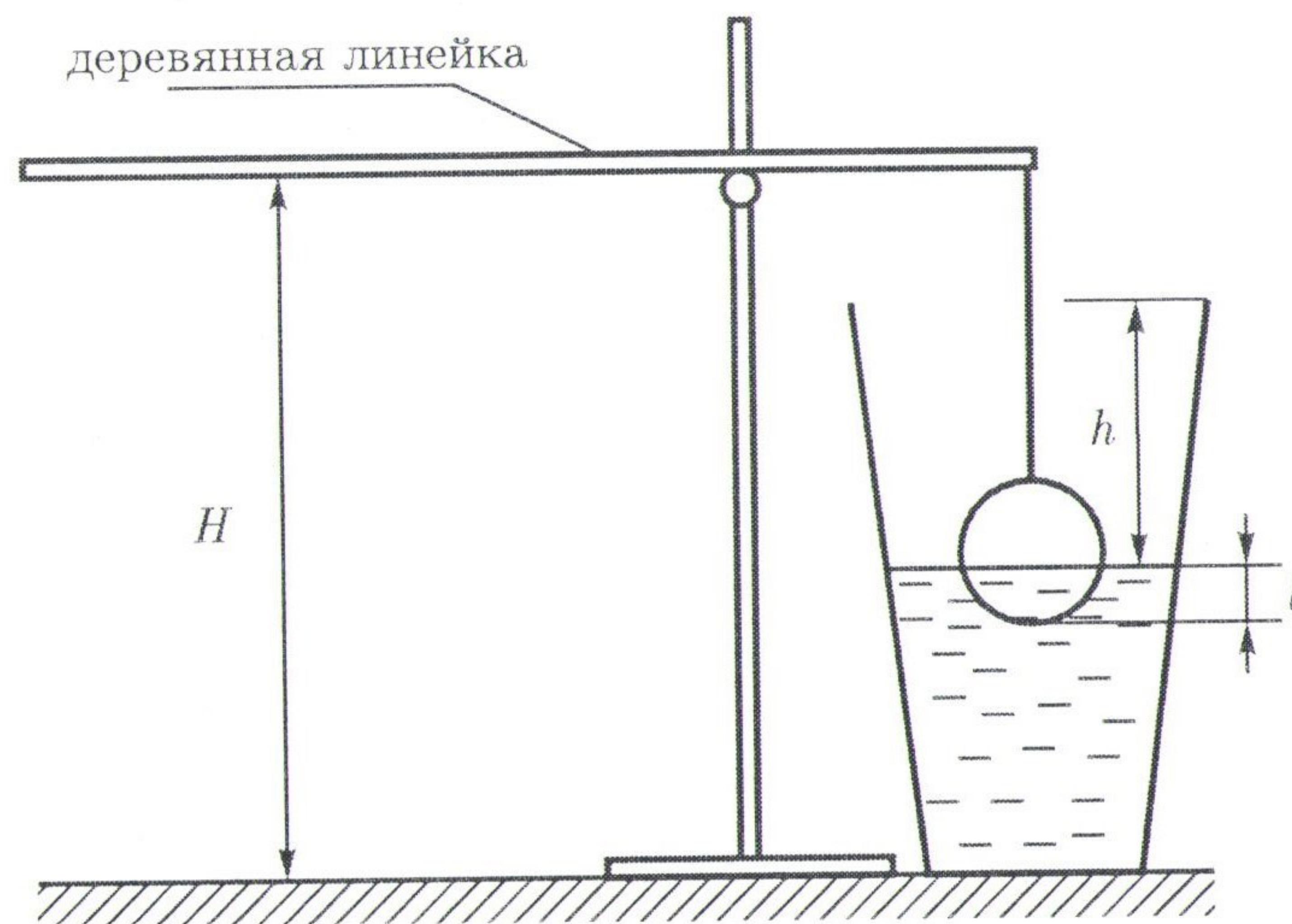


Рис. 2

Для линейного участка графика сила T пропорциональна глубине погружения шарика. По угловому коэффициенту (который равен $\rho_{\text{ж}} g S = 31,5 \text{ Н/м}$, где S — площадь поперечного сечения шарика в экваториальной плоскости) определяем плотность жидкости $1,17 \text{ г/см}^3$.

Оценим погрешность эксперимента.

Глубину погружения шарика мы вычисляем по 2-м расстояниям, каждое из которых измерено с погрешностью $0,5 \text{ мм}$ (конец линейки точно прикладывается к поверхности стола и уровню воды), значит, $\Delta l = 1 \text{ мм}$. Сила натяжения вычисляется по формуле $T = \frac{mgl_1}{l_2}$, значит,

$$\varepsilon_T = \varepsilon_m + \varepsilon_{l_1} + \varepsilon_{l_2} = 0,01 + 0,025 + 0,01 \approx 0,05$$

$$\varepsilon_S = 2\varepsilon_L = 2\frac{\Delta L}{L} = 2\frac{2 \text{ мм}}{186 \text{ мм}}.$$

На графике нарисуем кресты ошибок и построим прямые с наибольшим и наименьшим углами наклона. Погрешность определения углового коэффициента равна полуразности максимального и минимального коэффициентов, или $\varepsilon_k = 0,06$. Тогда $\varepsilon_\rho = \varepsilon_k + \varepsilon_S = 0,08$ и, окончательно,

$$\rho = (1,17 \pm 0,09) \text{ г/см}^3.$$

H , мм	h , мм	l , мм	x , мм	T , Н
258,5	69	2,5	44	1,02
257,5	68	4,5	45	1
256,5	66,5	7	46,5	0,96
255	67	8	47,5	0,93
254	67	9	48	0,92
253,5	65,5	11	50	0,87
252	64	14	53	0,81
251	63	16	58,5	0,71
249	61	20	62	0,66
248	59	23	69	0,57
247	58	25	75	0,51
246	56	28	88	0,4
245	54	31	101	0,32
243,5	52,5	34	116	0,25

Таблица 1

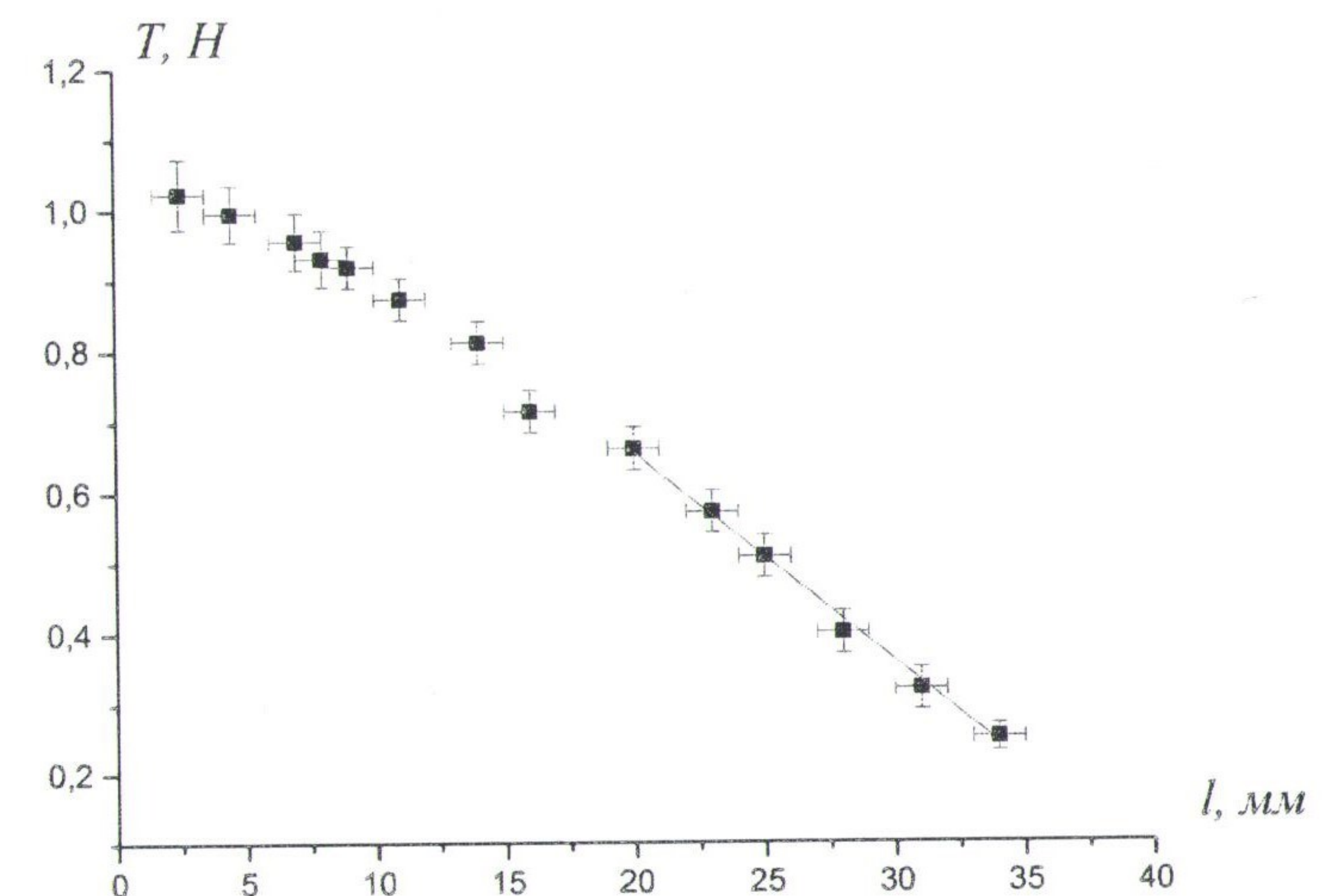


Рис. 3