

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Кубанский государственный университет»

Факультет компьютерных технологий и прикладной математики

Кафедра математического моделирования



Проректор по научной работе и  
инновациям

М.В. Шарафан.

«25» марта 2022 г.

**Программа вступительного испытания в аспирантуру  
по специальной дисциплине**

научная специальность:

**1.1.8 Механика деформируемого твердого тела**

---

(шифр и наименование научной специальности)

Краснодар  
2022

Программа вступительного испытания сформирована на основе федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования по программам специалитета и (или) магистратуры, Положением о подготовке кадров высшей квалификации в аспирантуре ФГБОУ ВО «Кубанский государственный университет»

Программу составили:

Бабешко В.А., профессор, академик РАН, д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой математического моделирования

Глушков Е.В., профессор, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры прикладной математики

Программа одобрена на заседании кафедры математического моделирования протокол №7 от «15» марта 2022 г.

Программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных технологий и прикладной математики протокол № 4 от «22» марта 2022г.

Зав. отделом аспирантуры и докторантуры  Н.Ю. Звягинцева

## **1. Структура вступительного испытания**

Вступительное испытание по специальной дисциплине состоит из двух частей: экзамена по специальной дисциплине и собеседования по предполагаемой тематике диссертационного исследования с учетом представленных публикаций или подготовленного поступающим реферата по планируемой тематике исследования.

## **2. Процедура проведения вступительного испытания**

В первой части абитуриент рассказывает о направлении своих исследований и предполагаемой теме диссертации. Собеседование по тематике предполагаемого диссертационного исследования проводится на основе подготовленного поступающим реферата. Реферат представляется в экзаменационную комиссию в сроки и по адресам, указанным в расписании вступительных испытаний.

Во второй части оценивается теоретическая подготовленность абитуриента. Экзамен по специальной дисциплине принимается устно по билетам. Каждый билет содержит 2 вопроса. Абитуриенту предоставляется 10-15 минут на ответ.

Экзамен и собеседование проводится на русском языке.

По предварительному согласованию с абитуриентом экзамен и собеседование может проводиться дистанционно с использованием информационных технологий.

## **Содержание вступительного испытания по специальной дисциплине**

### **Раздел 1. Теоретическая механика**

#### ***Кинематика точки и системы***

Кинематика точки. Способы задания движения точки. Скорость и ускорение точки (в полярных и криволинейных координатах).

Кинематики твердого тела. Векторно-матричное задание движения твердого тела. Углы Эйлера. Поступательное движение. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Плоское движение тела.

Сложное движение точки. Теорема о сложении скоростей. Теорема о сложении ускорений (Теорема Кориолиса).

#### ***Основные понятия и аксиомы динамики***

Инерциальные системы отсчета. Сила. Масса. Принцип относительности Галилея. Законы Ньютона.

Главный вектор системы сил. Момент силы относительно точки и оси. Главный момент системы сил.

Работа системы сил. Элементарная работа сил, приложенных к твердому телу. Силовое поле. Силовая функция. Потенциал.

#### ***Дифференциальные вариационные принципы механики***

Общее уравнение динамики (принцип Даламбера-Лагранжа). Принцип Журдена. Принцип Гаусса.

#### ***Геометрия масс***

Центр масс. Момент инерции относительно оси. Радиус инерции. Моменты инерции относительно параллельных осей. Моменты инерции относительно осей, проходящих через одну и ту же точку. Главные оси инерции. Свойства главных моментов.

### ***Основные теоремы и законы динамики***

Количество движения системы. Главный момент количества движения. Кинетический момент твердого тела, движущегося вокруг неподвижной точки.

Кинетическая энергия системы. Теорема Кенига. Кинетическая энергия твердого тела, движущегося вокруг неподвижной точки.

Теорема об изменении количества движения. Теорема о движении центра масс. Теорема об изменении кинетического момента. Теорема об изменении кинетической энергии.

### ***Динамика твердого тела***

Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определения реакций. Условия, при которых динамические реакции равны статическим.

Уравнение движения физического маятника. Фазовая плоскость для уравнения движения физического маятника. Интегрирование уравнения движения маятника.

Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Первые интегралы.

### ***Дифференциальные уравнения аналитической динамики***

Общее уравнение динамики в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа. Анализ выражения для кинетической энергии.

Разрешимость уравнений Лагранжа относительно обобщенных ускорений. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил. Функция Лагранжа.

Теорема об изменении полной механической энергии голономной системы.

Гироскопические силы. Диссипативные силы. Функция Релея. Обобщенный потенциал.

Преобразование Лежандра. Функция Гамильтона. Уравнения Гамильтона. Физический смысл функций Гамильтона

Интеграл Якоби. Уравнения Уиттекера и Якоби.

Уравнения Рауса. Функция Рауса.

### ***Интегральные вариационные принципы механики***

Прямой и околный путь голономной системы. Принцип Гамильтона-Остроградского. Принцип Гамильтона – Остроградского для системы в потенциальном поле сил. Экстремальное свойство действия по Гамильтону.

Изоэнергетическое варьирование. Принцип Мопертюи – Лагранжа. Принцип Якоби и геодезические линии в координатном пространстве.

Уравнение возмущенного движения. Определение устойчивости. Функции Ляпунова.

Теорема Ляпунова об устойчивости движения. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема о неустойчивости.

Теорема об устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса – Гурвица.

## **Раздел 2. Теория упругости**

### ***Теория напряжений***

Напряженное состояние тела. Дифференциальные уравнения равновесия. Напряжения на площадках, наклонных к координатным плоскостям. Условия на поверхности.

Главные площадки и главные напряжения. Инварианты тензора напряжений. Наибольшие касательные напряжения. Шаровой тензор и девиатор напряжений.

### ***Геометрическая теория напряжений***

Компоненты перемещения и компоненты деформаций. Физический смысл компонентов тензора деформаций.

Определение компонент вектора перемещений через компоненты поля малых деформаций. Условия совместности деформаций.

Уравнения неразрывности деформаций. Объемная деформация. Инварианты тензора деформации. Девиатор деформации и его инварианты. Конечная деформация.

### ***Обобщенный закон Гука***

Выражение деформаций через напряжения. Выражение напряжений через деформации. Закон Гука. Тензор упругих постоянных.

Работа упругих сил в твердом теле. Потенциал упругих сил. Сокращение числа упругих постоянных при существовании потенциала упругих сил. Изотропное тело.

### ***Решение задач теории упругости***

Постановка задачи теории упругости в перемещениях. Продольные и поперечные волны. Поверхностные волны Релея. Продольные и поперечные колебания в упругой среде. Общее решение уравнения колебаний. Энергетический метод определения собственных частот колебаний.

Продольные колебания стержня. Метод Фурье.

Постановка задачи теории упругости в напряжениях. Принцип Сен-Венана. Уравнения Бельтрами – Мичела.

Единственность решения задач теории упругости.

Устойчивость равновесия упругих систем. Критические нагрузки. Формула Эйлера для критической нагрузки сжатого стержня.

Решение задач теории упругости на ЭВМ. Метод конечных элементов.

### ***Вопросы к экзамену:***

1. Кинематика точки. Способы задания движения точки. Скорость и ускорение точки (в полярных и криволинейных координатах).

2. Сложное движение точки. Теорема о сложении скоростей. Теорема о сложении ускорений (Теорема Кориолиса).

3. Инерциальные системы отсчета. Сила. Масса. Принцип относительности Галилея. Законы Ньютона.

4. Кинематики твердого тела. Векторно-матричное задание движения твердого тела. Углы Эйлера. Поступательное движение. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Плоское движение тела.

5. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Уравнение движения. Определения реакций. Условия, при которых динамические реакции равны статическим.

6. Теорема Ляпунова об устойчивости движения. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема о неустойчивости.

7. Уравнение движения физического маятника. Фазовая плоскость для уравнения движения физического маятника. Интегрирование уравнения движения маятника.

8. Центр масс. Момент инерции относительно оси. Радиус инерции. Моменты инерции относительно параллельных осей. Моменты инерции относительно осей, проходящих через одну и ту же точку. Главные оси инерции. Свойства главных моментов.

9. Работа системы сил. Элементарная работа сил, приложенных к твердому телу. Силовое поле. Силовая функция. Потенциал.

10. Общее уравнение динамики (принцип Даламбера – Лагранжа). Принцип Журдена. Принцип Гаусса.

11. Гироскопические силы. Диссипативные силы. Функция Релея. Обобщенный потенциал.

12. Дифференциальные уравнения движения твердого тела вокруг неподвижной точки. Динамические уравнения Эйлера. Первые интегралы.

13. Количество движения системы. Главный момент количества движения. Кинетический момент твердого тела, движущегося вокруг неподвижной точки.

14. Главный вектор системы сил. Момент силы относительно точки и оси. Главный момент системы сил.

15. Теорема об изменении количества движения. Теорема о движении центра масс.

16. Кинетическая энергия системы. Теорема Кенига. Кинетическая энергия твердого тела, движущегося вокруг неподвижной точки.

17. Теорема об изменении кинетической энергии.

18. Теорема об изменении кинетического момента.

19. Преобразование Лежандра. Функция Гамильтона. Уравнения Гамильтона. Физический смысл функций Гамильтона.

20. Интеграл Якоби. Уравнения Уиттекера и Якоби.

21. Уравнения Рауса. Функция Рауса.

22. Прямой и окольный путь голономной системы. Принцип Гамильтона-Остроградского.

23. Принцип Гамильтона – Остроградского для системы в потенциальном поле сил. Экстремальное свойство действия по Гамильтону.

24. Теорема об изменении полной механической энергии голономной системы.

25. Изоэнергетическое варьирование. Принцип Мопертюи – Лагранжа. Принцип Якоби и геодезические линии в координатном пространстве.

26. Уравнение возмущенного движения. Определение устойчивости. Функции Ляпунова.

27. Теорема об устойчивости по первому приближению. Критерий Рауса – Гурвица.

28. Общее уравнение динамики в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа. Анализ выражения для кинетической энергии.

29. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно обобщенных ускорений. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил. Функция Лагранжа.

30. Продольные колебания стержня. Метод Фурье.

31. Компоненты перемещения и компоненты деформаций. Физический смысл компонентов тензора деформаций.

32. Определение компонент вектора перемещений через компоненты поля малых деформаций. Условия совместности деформаций.

33. Уравнения неразрывности деформаций. Объемная деформация. Инварианты тензора деформации. Девиатор деформации и его инварианты. Конечная деформация.

34. Главные площадки и главные напряжения. Инварианты тензора напряжений. Наибольшие касательные напряжения. Шаровой тензор и девиатор напряжений.

35. Напряженное состояние тела. Дифференциальные уравнения равновесия. Напряжения на площадках, наклонных к координатным плоскостям. Условия на поверхности.

36. Выражение деформаций через напряжения. Выражение напряжений через деформации. Закон Гука. Тензор упругих постоянных.

37. Постановка задачи теории упругости в напряжениях. Принцип Сен-Венана. Уравнения Бельтрами – Мичела.

38. Постановка задачи теории упругости в перемещениях. Продольные и поперечные колебания в упругой среде. Общее решение уравнения колебаний.

39. Работа упругих сил в твердом теле. Потенциал упругих сил. Сокращение числа упругих постоянных при существовании потенциала упругих сил. Изотропное тело.

40. Единственность решения задач теории упругости.

### **1. Требования к реферату по специальной дисциплине**

Реферат по специальной дисциплине должен показать исследовательский потенциал абитуриента, его подготовленность к выполнению научно-исследовательской программы аспирантуры.

Объем реферата не должен превышать 10 страниц машинописного текста через 1,5 интервала, шрифт Times New Roman, номер 14; размеры полей: верхнее и нижнее - 2 см, левое - 3 см, правое - 1,0 см, выравнивание по ширине.

Реферат должен содержать краткий обзор литературы (состояние вопроса) по предмету исследования, формулировку и обоснование проблемы: ее актуальность, фундаментальные и прикладные аспекты, степень

разработанности.

В текст реферата могут быть включены схемы, таблицы, рисунки, приложения.

#### **Структура реферата:**

- титульный лист (см. Приложение);
- введение (актуальность, цель, задачи, методы исследования);
- проблемы исследования, ожидаемые результаты;
- заключение (выводы);
- список литературы;
- список опубликованных и направленных в печать статей, и

материалов (при наличии).

В реферате автор должен показать знание текущего состояния исследований в выбранной научной области, умение анализировать литературные источники, делать выводы о перспективах предполагаемого исследования.

## **2. Описание шкал оценивания**

Экзамен по специальной дисциплине оценивается по 5-балльной шкале.

Собеседование по тематике предполагаемого диссертационного исследования на основе подготовленного поступающим реферата оценивается по 5-балльной шкале.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение каждой части вступительного испытания, устанавливается равным 3 баллам. Результирующая оценка за вступительное испытание по специальной дисциплине складывается из оценки за экзамен по специальной дисциплине и оценки за собеседование по тематике предполагаемого диссертационного исследования на основе подготовленного поступающим реферата. Максимальное количество баллов по специальной дисциплине равно 10 баллам.

### **Шкала оценивания экзамена по специальной дисциплине**

<b>Оценка / Баллы</b>	<b>Уровень подготовленности, характеризуемый оценкой</b>
1	Нет ответа.
2	Нет понимания предмета.
3	Ответ с грубыми ошибками, имеются неточности, знания несистематические. Отсутствие правильной формулировки ответа на вопрос даже с помощью преподавателя.
4	В целом положительный ответ с незначительными ошибками. Умение с помощью преподавателя схематично, но правильно сформулировать ответ на поставленный вопрос.
5	Полный развернутый ответ, демонстрирующий системные знания, умение сопоставить теоретические знания, свободное владение информацией из нескольких источников основной и



дополнительной литературы.

### Шкала оценивания собеседования на основе реферата

Оценка / Баллы	Уровень подготовленности, характеризуемый оценкой
1	Содержание не соответствует теме реферата, материал не систематизирован и не структурирован, основные понятия проблемы не раскрыты; в постановке проблемы нет самостоятельности; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
2	Содержание не соответствует теме реферата, материал плохо систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы не раскрыты; в постановке проблемы нет самостоятельности; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
3	Содержание соответствует теме реферата, но основные понятия проблемы не раскрыты; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы не продемонстрировано умение обобщать, нет ссылок на литературу; отсутствует культура изложения и оформления текста реферата
4	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты; в постановке проблемы присутствует новизна; правильно оформлены ссылки на литературу; продемонстрирована культура изложения и оформления текста реферата
5	Содержание соответствует теме реферата, материал систематизирован и структурирован, основные понятия проблемы раскрыты полностью и глубоко; в постановке проблемы присутствует новизна и самостоятельность; в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы продемонстрировано умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы; продемонстрирована культура изложения и оформления текста реферата

### 3. Источники для подготовки к экзамену

а) *основная литература:*

1. Андреев В.К. Математические модели механики сплошных сред. Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2015. 231 с.
2. Бухгольц Н.Н. Основы курс теоретической механики. Часть 2. Динамика системы материальных точек. СПб.: Лань, 2016. 336 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72973>.
3. Диевский В.А. Теоретическая механика. СПб.: Лань, 2016. 336 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/71745>.
4. Темам Р., Миранвиль А. Математическое моделирование в механике сплошных сред. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2014. 319 с.
5. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. М.: URSS: ЛЕНАНД, 2014. 207 с.
6. Молотников В.Я. Теория упругости и пластичности / В.Я. Молотников, А.А. Молотникова. —СПб: Лань, 2017. 532 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/94741>.
7. Яковенко Н.Г. Краткий курс теоретической механики. М.: Изд-во «Лаборатория знаний», 2015. 119 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/70698>.
8. Ханефт А.В. Теоретическая механика. Кемерово: КемГУ, 2012. 110 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232320>.

*б) дополнительная литература:*

9. Солтаханов Ш.Х. Основы механики голономных и неголономных систем. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. 183 с.
10. Бутенин, Н.В. Курс теоретической механики / Н.В. Бутенин, Я.Л. Лунц, Д.Р. Меркин. СПб.: Лань, 2009. 736 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/29>.
11. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. В 10 т. Т. I. Механика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Физматлит, 2007. 224 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2231>.
12. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Т.7 Теория упругости / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Физматлит, 2007. 264 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2233>.
13. Лоскутов Ю.В. Лекции по теоретической механике. Йошкар-Ола: ПГТУ, 2015. 180 с. [Электронный ресурс]. – Режим: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=439200>
14. Учайкин, В.В. Механика. Основы механики сплошных сред. СПб.: Лань, 2017. 860 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/91899>.

*в) интернет - ресурсы:*

1. <http://eqworld.impnet.ru/ru/library/mechanics/solid.htm>.
2. <http://www.sciencedirect.com/>
3. <http://www.scopus.com/>
4. <http://www.scirus.com>
5. <http://www.elibrary.ru/>

Электронные библиотечные системы:

1. Электронная библиотечная система «РУКОНТ» (<http://www.rucont.ru>).
2. Электронная библиотечная система «Юрайт» (<http://www.biblio-online.ru>).
3. Электронная библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» (<http://www.biblioclub.ru>).
4. Электронная библиотечная система издательства «Лань» (<http://e.lanbook.com>).

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Кубанский государственный университет»

Реферат  
по специальной дисциплине  
**1.1.8 Механика деформируемого твердого тела**

(шифр и наименование научной специальности)

Тема: \_\_\_\_\_

Выполнил: \_\_\_\_\_ Ф.И.О.

Краснодар  
2022