

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертационную работу Ханазаряна Артура Дерениковича
«МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В
УПРУГИХ МЕТАМАТЕРИАЛАХ И СЛОИСТЫХ ВОЛНОВОДАХ С
ПРИСОЕДИНЕННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности

1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела

Создание неоднородных структур, метаматериалов обусловлено выигрышем в характеристиках, наличием у последних новых свойств. Для эффективного развития области требуется совершенствование аппарата по моделированию таких структур и их неразрушающему контролю. Акустический мониторинг является одним из возможных способов диагностики конструкций при помощи волновых полей. Построение точных математических моделей позволит осуществлять изучение свойств конструкций экспериментальным путем, что приближает к решению задачи о производстве материалов с заданными свойствами. Локальная неоднородность изучаемых протяженных конструкций требует развития гибридных вычислительных схем, объединяющих преимущества метода конечных элементов при описании сложной геометрической неоднородности с преимуществами полуаналитического представления решения, которое строится в протяженной области. Развиваемые методы расчета волновых полей в периодических структурах с полостями и протяженных структурах с присоединенными элементами свидетельствуют об **актуальности** диссертационной работы.

Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы.

Во **введении** представлен обзор основных работ по теме диссертационного исследования, описаны области применения метаматериалов, проблемы акустического мониторинга, методы и подходы, используемые для построения решений, осуществлен анализ их преимуществ и недостатков.

В **первой** главе приводятся постановки задач о колебаниях электроупругих, анизотропных и изотропных упругих тел. Вводятся основные обозначения. Рассматривается система уравнений в частных производных, описывающая плоское деформированное состояние и уравнение Гельмгольца, которое описывает антиплоские колебания. Приводятся слабые постановки для плоской и антиплоской задач. Применяется теория Флоке-Ляпунова для описания распространения волн в метаматериалах. Рассмотрены случаи пакета слоев между двумя полуплоскостями и волновода с периодической ячейкой. Приводятся примеры элементарной ячейки.

Во **второй** главе описывается метод матриц переноса применительно к волноводу из бесконечного числа повторяющихся ячеек. Описывается МКЭ высокого порядка точности (ВПТ), в котором для аппроксимации решения применяются полиномы более высоких степеней, чем в классическом МКЭ. Описываются базисные функции, применяемые для аппроксимации решения в проекционном методе, приводится матричный вид дисперсионного уравнения. Описываются метод спектральных элементов (МСЭ, он же МКЭ ВПТ) и полуаналитический МКЭ (ПАМКЭ) применительно к задаче об антиплоских колебаниях двухсоставной области. Эти же методы расширены для решения задачи о плоских колебаниях двухсоставной области. Плоская задача рассмотрена в двух постановках: задаются амплитуды перемещений на части границы или колебания возбуждаются заданной равномерно распределенной нагрузкой. Описывается интегральный подход (ИП) с введением матрицы Грина. Сравниваются полученные в рамках ИП графики

медленностей с графиками, полученными при помощи ПАМКЭ. Изучено минимальное количество узлов, которое необходимо для получения вещественных дисперсионных точек по методу ПАМКЭ с необходимой точностью в зависимости от частоты колебаний.

В **третьей** главе описывается согласование МКЭ ВПТ и ПАМКЭ в единую гибридную вычислительную схему. Для обеспечения выполнения граничных условий на торцах и условий сопряжения между областями предлагается использовать проекционные методы Галеркина и коллокаций. Рассматриваемые задачи сводятся к системам матричных уравнений. Рассмотрены случаи антиплоской задачи и плоской задачи двух типов. Для упругого волновода с присоединенным элементом описывается вычисление коэффициента трансформации энергии падающей волны. Для материалов с периодической структурой также описывается «сшивка» решений, применяются проекционные методы, формируются матричные уравнения.

В **четвертой** главе приводятся результаты экспериментов и численного моделирования. Рассмотрено распространение волн в слоистых материалах из эластомеров: построены дисперсионные кривые для различных углов падения плоской волны, изучена зависимость фактора локализации и смещения запрещенных зон от степени удлинения. Для протяженного тела с присоединенным элементом проведена серия вычислительных экспериментов по построению волновых полей в рамках двух проекционных методов и сравнение результатов с МКЭ пакетом COMSOL. Для антиплоской и плоской задачи двух типов построены поля перемещений и компоненты тензора напряжений, вычислены погрешности по отношению к МКЭ решению. Описано изготовление экспериментальных образцов с разрезами и без них при помощи 3D-принтера и методика проведения эксперимента для материала с двуслойной ячейкой и межслойными полостями. Для измеренного сигнала выполняется преобразование Фурье и вычисляется коэффициент прохождения. Затем выполняется его сравнение с

предсказанным теоретически. Для пластины с массивом полостей также выполнено теоретическое и экспериментальное исследование коэффициента прохождения. Приведены графики характеристик медленности и затухания. Осуществлено варьирование параметров полостей для достижения наиболее широкой запрещенной зоны. Сообщается о достижении диапазона в 14кГц в результате численного моделирования и при этом экспериментальная оценка дала более широкий диапазон в 18кГц.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

Научная новизна работы заключается в разработке методов расчета распространения волн в протяженных телах с присоединенными элементами, а также в упругих метаматериалах (материалах с периодической структурой). Выполнено развитие гибридного подхода, который использует полуаналитическое представление решения в протяженных областях и метод конечных элементов высокого порядка точности в конечной присоединенной области. На основе периодических граничных условий теории Флоке-Ляпунова составлено дисперсионное уравнение для волн Флоке-Блоха. Выполнено сравнение вещественных частей дисперсионного множества, полученных в рамках разработанного подхода с полученными в рамках интегрального подхода. Выполнено экспериментальное исследование, которое позволило провести верификацию разработанных математических и компьютерных моделей, изучить влияние параметров структуры метаматериала на формирование запрещенных зон.

Среди новых результатов, полученных автором диссертации, можно отметить следующие **наиболее значимые результаты**:

1. Реализована гибридная схема, совмещающая МКЭ высокого порядка точности и полуаналитический МКЭ.
2. Изучено распространение волн в волноводах с периодической структурой.

3. Проведена серия вычислительных экспериментов для верификации разработанных схем.
4. Экспериментально и теоретически исследовано формирование запрещенных зон в метаматериалах.

Практическая значимость результатов диссертационного исследования состоит в следующем:

1. Разработанный математический аппарат и соответствующая ему программная реализация служат базой для проведения численных и экспериментальных исследований явления возникновения запрещенных зон в фоновых кристаллах и метаматериалах.
2. Для образцов из упругого слоистого материала с полостями и без них выполнены экспериментальные исследования коэффициента прохождения, позволяющие осуществить верификацию предлагаемых математических и компьютерных моделей.

При выполнении диссертационного исследования автором были применены различные численные и аналитические **методы исследования**. Рассмотрены вариационные постановки задач о плоских и антиплоских колебаниях. Решение задачи для конечного объекта с присоединенным элементом строится при помощи гибридной схемы, совмещающей МКЭ ВПТ и ПАМКЭ. Решение ПАМКЭ в протяженной области строится в виде разложения, в котором используется информация о нулях дисперсионного уравнения для порождающего бесконечного волновода. В конечной области произвольной формы решение строится на основе МКЭ ВПТ в виде разложения по интерполяционным полиномам на узлах Гаусса-Лежандра-Лобатто. Для удовлетворения граничным условиям на торцах и при сопряжении решений МКЭ ВПТ и ПАМКЭ используются проекционные методы Галеркина или коллокаций. Для описания волн в периодических структурах используется теория Флоке-Ляпунова. При помощи аддитивных

технологий изготовлены образцы из пластика для проведения экспериментальных исследований.

Полученные в ходе выполнения диссертационной работы результаты являются оригинальными и **обоснованными**.

Достоверность полученных автором результатов обусловлена строгой постановкой задач, применением известных апробированных методов, сравнением результатов работы с результатами, полученными экспериментально и на основе других известных подходов.

По диссертационной работе Ханазаряна А. Д. имеются следующие **замечания**:

1. Автор применяет преобразование Фурье для конечной области (слабая постановка на стр. 37), при этом отсутствуют внеинтегральные слагаемые, порожденные границами рассматриваемой прямоугольной области.

2. В работе отсутствует сравнение комплексных ветвей дисперсионного множества, полученных по методу ПАМКЭ с ветвями, получаемыми путем решения дисперсионного уравнения, которое может быть в явном виде записано для однородной полосы.

3. Неясна необходимость сортировки получающихся собственных значений и отслеживания волн, распространяющихся слева-направо и справа-налево при том, что область является конечной.

4. Не приводятся примеров, которые бы продемонстрировали структуру используемых интерполяционных полиномов с узлами Гаусса-Лежандра-Лобатто.

5. Введена функция перемещений для «сшивки» в (2.19). Значит ли это, что условие непрерывности перемещений в (2.18) выполнено автоматически, а сопряжение по напряжениям еще нужно обеспечить дополнительно?

6. Из текста работы и вычислительных экспериментов неясно, с какой погрешностью удовлетворяются граничные условия: на левом и правом торцах, а также условия стыковки на интерфейсе между ПАМКЭ и МСЭ областями.

7. Кроме того, имеется ряд технических замечаний:

а) на стр. 18 говорится о скачке напряжений, неясно, какие компоненты тензора напряжений имеются в виду.

б) в операторе для уравнения Ламе после (1.13) имеется опечатка. Множитель $\lambda+2\mu$ перед градиентом дивергенции вектора перемещений в действительности равен $\lambda+\mu$.

в) на стр. 21 имеется несогласованность; сначала написано, что решение не зависит от x_2 , а ниже, что $u_j = u_j(x_1, x_2)$.

г) индекс i в (1.15) на стр. 22 (в последнем интегральном слагаемом) должен быть $i=1,2$.

Отмечу, что сделанные замечания не снижают научной ценности диссертации Ханазаряна А. Д., которая является законченным научным исследованием и вносит вклад в развитие вычислительных схем для расчета волновых полей для исследуемых в работе структур.

Автореферат диссертации правильно и полно отражает основное содержание работы.

Основные результаты по теме диссертационного исследования отражены в 12 работах, из которых 3 статьи опубликовано в рецензируемых изданиях из списка ВАК, 3 статьи опубликовано в изданиях, индексируемых в Web of Science или Scopus и 6 работ – в сборниках материалов и трудов конференций.

Заключение. Учитывая вышеизложенное, считаю, что диссертационная работа Ханазаряна Артура Дерениковича на тему «Моделирование и

исследование волновых процессов в упругих метаматериалах и слоистых волноводах с присоединенными элементами» является самостоятельным законченным квалификационным научным исследованием и удовлетворяет требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г., предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ему степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент,
старший научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений
Южного математического института – филиала
ФГБУН Федерального научного центра
«Владикавказский научный центр Российской академии наук»

кандидат физ.-мат. наук Юров Юров Виктор Олегович
«22» 10 2024 г.

Подпись официального оппонента Юрова Виктора Олеговича удостоверяю

И.о. директора Юров Виктор Олегович М.П. А.Т. Кусраев
(должность) (подпись) М.П. (Фамилия И.О.)

Согласен на обработку персональных данных

362025, Владикавказ, ул. Ватутина, д. 53
Южный математический институт – филиал
ФГБУН Федерального научного центра
«Владикавказский научный центр Российской академии наук»
smi.vsc.ras@yandex.ru
тел.: (8672) 23-00-51
e-mail: vyurov@sfedu.ru